

С.Д. Холодный, д-р техн. наук, профессор,
главный научный сотрудник;
Д.А. Харченко, инженер;
ОАО «ВНИИКП»

РАСЧЕТ ТЕПЛОВЫХ РЕЖИМОВ КАБЕЛЬНЫХ ЛИНИЙ НЕПРЕРЫВНОЙ ВУЛКАНИЗАЦИИ

Термопластичные полимеры и резиновые смеси наносятся на токопроводящую жилу или заготовку кабеля методом экструзии. Для повышения характеристик изоляции полимеры или резиновые смеси после их наложения подвергают процессу сшивания (вулканизации) с образованием пространственной структуры. При этом сшиваемые полимеры и сшиваемые резиновые смеси переходят в неплавкое и нерастворимое состояние.

Наложение сшиваемой полимерной композиции или сшиваемых резиновых смесей с последующей вулканизацией осуществляется на кабельных линиях непрерывной вулканизации (ЛКНВ). При отладке режимов работы ЛКНВ большое значение имеет предварительный теоретический расчет оптимального режима вулканизации и последующего охлаждения кабеля.

В отличие от существующей литературы [1–4] в предлагаемой статье рассмотрены и рекомендованы численные методы расчетов с применением вычислительной техники и предложена конкретная программа расчетов для кабельных различных конструкций.

Химические реакции при вулканизации имеют сложный характер, однако для приближенных технических расчетов принимается, что происходит реакция первого порядка. Тогда степень сшивания A_{p1} определяем по формуле для постоянной температуры:

$$A_{p1} = \omega / \omega_0 = 1 - \exp(-k_1 t), \quad (1)$$

где ω – густота сетки в момент времени t ; ω_0 – то же, но при полном завершении реакции сшивания ($t = \infty$); k_1 – коэффициент скорости реакции сшивания.

$$k_1 = k_{01} \exp(-U_1/RT) \text{ или } k_1 = k_a \exp(a_T t), \quad (2)$$

где U_1 – энергия активации реакции, Дж/моль; T – температура, К; $R = 8,31$ Дж/моль · К; k_{01} , a_T , k_a – постоянные коэффициенты.

Следует отметить, что энергия активации реакции распределена в определенном диапазоне значений. Тогда в (1) и (2) U_1 – это некоторое эффективное значение и сама формула является приближенной. При переменной температуре вместо (1) получим выражение:

$$A_{p1} = 1 - \exp\left(-\int_0^t k_1 dt\right). \quad (3)$$

Одновременно в процессе вулканизации может протекать реакция деструкции со степенью деструкции

$$A_{p2} = 1 - \exp\left(-\int_0^t k_2 dt\right), \quad (4)$$

$$\text{где } k_2 = k_{02} \exp(-U_2/RT), \quad (5)$$

k_2 – коэффициент скорости реакции деструкции; k_{02} – постоянный коэффициент для реакции деструкции; U_2 – энергия активации процесса деструкции.

Нагрев кабельного изделия проводят в среде инертного газа (азот), водяного пара и т.д. Нагрев и вулканизация проводятся в вулканизационной среде под давлением. Изоляция из кремнийорганической резины вулканизуется в воздушной среде при атмосферном давлении. Расчет коэффициентов теплопередачи между внешней поверхностью кабельного изделия, подвергаемого вулканизации, и средой теплоносителя в трубе ЛКНВ производится по известным методикам, предложенным в [1–4].

Скорость движения кабельного изделия должна выбираться такой, чтобы при прохождении через вулканизационную камеру слой полимера успел прогреться до температуры вулканизации и процесс вулканизации был завершён до оптимального значения. Таким образом, для определения времени нагревания изделия до нужной температуры необходимо рассчитать изменение температуры в зависимости от времени пребывания в вулканизационной трубе при заданной температуре теплоносителя.

Изменение температуры T от времени для любого материала в цилиндрических координатах подчиняется параболическому уравнению в частных производных:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \cdot r \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) = c_v \cdot \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (6)$$

где λ и c_v – теплопроводность и теплоемкость единицы объема материала, r – произвольный радиус в цилиндре, t – время.

Если величины λ и c_v не зависят от радиуса, то уравнение (6) примет вид

$$a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (7)$$

где $a = \lambda/c_v$ – коэффициент температуропроводности.

При решении уравнений (6) и (7) необходимо задать начальные условия $T_{\text{н}}(r)$ при $t = 0$. Граничное условие на внешней границе цилиндра при $r = R$ соответствуют условиям 3 рода.

$$\frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{\alpha}{\lambda} \cdot (T - T_0), \quad (8)$$

где α – коэффициент теплопередачи между поверхностью цилиндра и внешней средой с температурой T_0 .

Для сплошного однородного цилиндра второе граничное условие при $r = 0$, $\frac{\partial T}{\partial r} = 0$.

При наличии металлической жилы с радиусом r_0 будем предполагать, что вследствие высокой ее теплопроводности температура внутри жилы приближенно не зависит от радиуса. Тогда граничное условие при $r = r_0$ будет

$$\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial r} = C_{ж} \cdot \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (9)$$

где $C_{ж} = c_{ж} S$ – полная теплоемкость жилы, S – сечение неизолированной жилы, $c_{ж}$ – теплоемкость единицы объема металла жилы.

Аналитический метод применим только для однородного цилиндра, если λ и c_v не зависят от радиуса и температуры и температура внешней среды не зависит от времени (или расстояния по длине трубы). При наличии токопроводящей жилы учет условия (9) при аналитическом решении уравнения (7) приводит к громоздким формулам, неудобным для расчетов. Поэтому для расчетов удобнее применять метод сосредоточенных теплоемкостей

Метод сосредоточенных теплоемкостей применим, если толщина изоляции значительно меньше радиуса жилы и коэффициент теплопередачи $\alpha < 100$ Вт/м²·°С. Если отношения радиусов по изоляции к радиусу жилы $r_{и}/r_{ж} < 1,5$, то с достаточной точностью можно представить изоляцию в виде только одного кольца. Тогда получим только два уравнения: для жилы и изоляции. Для упрощения записей будем использовать разность температур между элементами кабеля и окружающей средой $\vartheta = T - T_0$.

$$C_{ж} \frac{d\vartheta_{ж}}{dt} + 2(\vartheta_{ж} - \vartheta_{и})/R_{ти} = P_{ж},$$

$$C_{и} \frac{d\vartheta_{и}}{dt} + 2(\vartheta_{и} - \vartheta_{ж})/R_{ти} + \vartheta_{и}/(R_{то} + R_{ти}/2) = P_{и}, \quad (10)$$

где $P_{ж}$ и $P_{и}$ – количество тепла, выделяющегося в жиле и изоляции в единицу времени, Вт/м; $C_{ж} = c_{ж} S_{ж}$ и $C_{и} = c_{и} S_{и}$ – полные теплоемкости жилы и изоляции, Дж/м·°С; $c_{ж}$ и $c_{и}$ – теплоемкости единицы объема жилы и изоляции, Дж/м³·°С; $S_{ж}$ и $S_{и}$ – площади сечения жилы и изоляции, м²; $\vartheta_{ж}$ и $\vartheta_{и}$ – перепады температуры жилы и окружающей среды и соответственно температуры изоляции и окружающей среды на среднегеометрическом радиусе $r_{\phi} = \sqrt{r_{ж} \cdot r_{и}}$, °С; $R_{то}$ – тепловое сопротивление окружающей среды, °С·м/Вт; $R_{ти}$ – тепловое сопротивление изоляции, °С·м/Вт.

Температура поверхности кабеля

$$\vartheta_{и} = \vartheta_{и,то} / (R_{ти} + 2R_{то}). \quad (11)$$

Если $P_{и}$ и $P_{ж}$ равны нулю, то решение системы двух дифференциальных уравнений (10):

$$\vartheta_{ж} = \frac{1}{\alpha_2 - \alpha_1} \left[(\vartheta_{жн} \alpha_2 + 2 \frac{\vartheta_{жн} - \vartheta_{ин}}{C_{ж} R_{ти}}) e^{\alpha_2 t} - (\vartheta_{жн} \alpha_1 + 2 \frac{\vartheta_{жн} - \vartheta_{ин}}{C_{ж} R_{ти}}) e^{\alpha_1 t} \right] \quad (12)$$

$$\vartheta_{и} = \frac{1}{\alpha_2 - \alpha_1} \left[(1 + \alpha_1 C_{ж} R_{ти} / 2) (\vartheta_{жн} \alpha_2 + 2 \frac{\vartheta_{жн} - \vartheta_{ин}}{C_{ж} R_{ти}}) e^{\alpha_2 t} - (1 + \alpha_2 C_{ж} R_{ти} / 2) (\vartheta_{жн} \alpha_1 + 2 \frac{\vartheta_{жн} - \vartheta_{ин}}{C_{ж} R_{ти}}) e^{\alpha_1 t} \right], \quad (13)$$

где $\alpha_{1,2} = -\frac{1}{C_{ж} C_{и} R_{ти}} \left[C_{и} + 2C_{ж} \frac{R_{ти} + R_{то}}{R_{ти} + 2R_{то}} \pm \sqrt{\left(C_{и} + 2C_{ж} \frac{R_{ти} + R_{то}}{R_{ти} + 2R_{то}} \right)^2 - 4C_{и} C_{ж} \frac{R_{ти}}{R_{ти} + 2R_{то}}} \right]$

$\vartheta_{жн}$ и $\vartheta_{ин}$ – начальная температура жилы и изоляции, °С при $t = 0$.

Тепловое сопротивление изоляции

$$R_{ти} = \frac{1}{2\pi\lambda_{и}} \ln \frac{r_{и}}{r_{ж}} \quad (14)$$

Тепловое сопротивление окружающей среды

$$R_{то} = (2\pi r_{и} \alpha_t)^{-1}, \quad (15)$$

где $\lambda_{и}$ – теплопроводность изоляции, Вт/м·°С; α_t – коэффициент теплопередачи от поверхности изоляции, Вт/м²·°С.

Полная температура равна $T_{ж} = \vartheta_{ж} + T_0$ и $T_{и} = \vartheta_{и} + T_0$.

Рассмотренный метод позволяет рассчитывать температуры жилы и изоляции в том случае, если их начальные температуры не одинаковые.

Для расчета температуры методом конечных разностей примем обозначения величин, удобные для программирования. Толщину изоляции DI следует разделить на m слоев. Толщина элементарного слоя $dr = DI/m$. Расчет по времени изменения температуры t проводим через интервал времени dt . Температура каждого слоя с номером I будет $U(I)$. Номер I изменяется от $I = 0$ (жила) до $I = m$ (внешняя поверхность изоляции). Все значения $U(I)$ представим массивом $Dim U(m)$. В начальных условиях зададим $U(0) = UGN$ (начальная температура жилы) и начальную температуру изоляции $U(1)$. В общем случае все значения $U(I)$ в пределах от $U(1)$ до $U(m)$ могут быть различными. В частном случае начальные температуры одинаковые $U(1) = UIN$ в пределах от $I = 1$ до $I = m - 1$.

Уравнение (6) примет вид

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) = c_v \frac{\partial T}{\partial t} \quad (16)$$

при этом слагаемым $\frac{\partial \lambda}{\partial r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r}$ пренебрегаем, так как оно значительно меньше остальных слагаемых в левой части (16). Представим (16) в конечных разностях с обозначениями, удобными для программирования, причем U – температура

$$dU = a [(U(I+2) - 2U(I+1) + U(I))/dr^2 + (U(I+2) - U(I))/(2r dr)] dt, \quad (17)$$

$$U(I+1) = U(I+1) + dU, \quad (18)$$

где $a = \lambda / c_v$ зависит от $U(I+1)$, причем эту зависимость удобно представить в виде функции от температуры.

Общая схема расчета при изменении времени t по номеру J
For $J = 0$ To n
For $I = 0$ To $m - 2$

Производится расчет по (17) и (18)

$$U(m) = (UV \cdot AT + LD \cdot U(m-1)/dr)/(AT + LD/dr) \quad (19)$$

$$DUm = a [(U(m) - 2U(m-1) + U(m-2))/dr^2 + (U(m) - U(m-2))/(2r dr)] dt \quad (20)$$

$$U(m-1) = U(m-1) + DUm \quad (21)$$

$$DU0 = (2\pi R0 \cdot (LD (U(1) - U(0))/CG0/dr) dt \quad (22)$$

$$U(0) = U(0) + DU0 \quad (23)$$

END I

Расчет k_1 по формуле (2)

$$AC1 = AC1 + k_1 \cdot dt \quad (24)$$

$$AC = 1 - \exp(-AC1) \quad (25)$$

END J

Обозначения в формулах (17)–(24) соответствуют $UV = T_0$, $AT = a$, $LD = \lambda$, $CGO = C_{ж}$ (полная теплоемкость жилы).

Уравнения (19)–(21) отражают внешние граничные условия, а (22)–(23) – условия на границе с жилой. По (24) рассчитывается интеграл в (3). Степень завершенности реакции сшивания обозначена A_c .

В качестве примера приведем расчет нагревания кабеля с изоляцией из кремнийорганической резины марки ПГР-16 в воздухе методом сосредоточенных теплоемкостей.

В результате расчета получено в среднем $\alpha = 36,73 \text{ Вт/м}^2 \text{ }^\circ\text{C}$. Диаметр жилы $d_0 = 5,2 \text{ мм}$; наружный диаметр $d_n = 7,6 \text{ мм}$.

Для расчета коэффициентов теплопередачи предварительно принимали температуру поверхности кабеля $T_n = 100 \text{ }^\circ\text{C}$. Начальная температура изоляции $T_{ин} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, жилы $T_{жн} = 90 \text{ }^\circ\text{C}$, температура в печи $T_0 = 350 \text{ }^\circ\text{C}$.

Приняты следующие теплофизические параметры изоляции. Теплопроводность $\lambda = 0,29 \text{ Вт/м }^\circ\text{C}$; теплоемкость $c_v = 2,26 \text{ Дж/см}^3 \text{ }^\circ\text{C}$. Тепловое сопротивление изоляции рассчитываем по известной формуле:

$$R_{тн} = \frac{1}{2\pi\lambda} \ln\left(\frac{d_n}{d_0}\right) = \frac{1}{6,28 \cdot 0,29} \ln\left(\frac{7,6}{5,2}\right) = 0,2082 \text{ м} \cdot \text{ }^\circ\text{C/Вт.}$$

Тепловое сопротивление окружающего воздуха:

$$R_{то} = \frac{1}{\pi d_n \alpha} = \frac{1}{3,14 \cdot 7,6 \cdot 10^{-3} \cdot 36,73} = 1,14 \text{ м }^\circ\text{C/Вт.}$$

Полная теплоемкость на единицу длины медной жилы ($c_{ж} = 3,5 \text{ Дж/см}^3 \text{ }^\circ\text{C}$).

$$C_{ж} = c_{ж} S_{ж} = 3,5 \cdot 16 \cdot 10^{-2} = 0,56 \text{ Дж/см }^\circ\text{C}$$

Площадь сечения изоляции $S_n = \pi(d_n^2 - d_0^2)/4 = \pi(7,6^2 - 5,2^2) \cdot 10^{-2}/4 = 0,2413 \text{ см}^2$. Полная теплоемкость изоляции $C_n = c_n S_n = 1,8 \cdot 0,2413 = 0,54 \text{ Дж/см }^\circ\text{C}$. Для расчета коэффициентов темпа охлаждения используем формулу (13):

$$\alpha_1, \alpha_2 = -\frac{1}{56 \cdot 54 \cdot 0,2082} \times \left[54 + 2 \cdot 56 \cdot \frac{0,2082 + 1,14}{0,2082 + 2 \cdot 1,14} \pm \sqrt{\left(54 + 2 \cdot 56 \cdot \frac{0,2082 + 1,14}{0,2082 + 2 \cdot 1,14} \right)^2 - 4 \cdot 54 \cdot 56 \cdot \frac{0,2082}{0,2082 + 2 \cdot 1,14}} \right]$$

Получим $\alpha_1 = -0,00714$; $\alpha_2 = -0,357 \text{ 1/с}$. Постоянная времени нагревания $\Theta = 1/\alpha_1 = 140 \text{ с}$. Так как $\alpha_2 \gg \alpha_1$, то температуру жилы можно рассчитать по приближенной формуле, которая следует из (12)

$$T_{ж} = T_0 + g_{ж0} \exp(\alpha_1 t)$$

$$g_{ж0} = g_{жн} \alpha_2 / (\alpha_2 - \alpha_1) + 2(g_{жн} - g_{ин}) / [C_{ж} R_{тн} (\alpha_2 - \alpha_1)].$$

Из начальных условий следует $g_{жн} = T_{жн} - T_0 = 90 - 350 = -260 \text{ }^\circ\text{C}$; $g_{ин} = 20 - 350 = -330 \text{ }^\circ\text{C}$, получим

$$g_{ж0} = 260 \cdot 0,357 / (-0,357 + 0,00714) + 2(-260 + 330) / [56 \cdot 0,2082 \cdot (-0,357 + 0,00714)] = -265,4 - 34,3 = -299,7.$$

Результаты расчета температуры и степени завершенности реакции вулканизации (сшивания) приведены в таблице.

Коэффициент скорости реакции рассчитали по формуле: $k = k_a \exp(a_T t)$.

Приняты значения: $k_a = 0,0109 \text{ 1/с}$; $a_T = 0,0909 \text{ 1/}^\circ\text{C}$. Степень завершенности реакции сшивания определим по формуле, которая следует из (3) (численный расчет определенного интеграла):

$$A_{p1} = 1 - \exp(-3 \cdot \sum k)$$

Если принять в качестве оптимального значения $A_{p1} = 0,8$ и время достижения этого значения $t_{опт}$, то скорость движения кабеля получим по формуле

$$v = L_1 / t_{опт}, \quad (24)$$

где L_1 – длина зоны нагревания в ЛКНВ.

При величине $A_{p1} = 0,8$ время нагревания в печи должно быть приблизительно 55 с. На практике длина печи L_1 составляет 13,5 м. Тогда скорость кабеля по расчету $v = L_1 / t = 13,2 \cdot 60 / 55 = 14,4 \text{ м/мин}$. Фактическая скорость на кабельных заводах составляет 11–14 м/мин. Следует учитывать, что параметры коэффициента k_1 учтены приближенно.

При принятых параметрах проведен расчет по разработанной программе, получены следующие результаты, которые близки к результатам приближенного расчета (при этом в расчете по программе учитывалось изменение коэффициента теплопередачи в процессе нагревания провода). В программе можно учитывать также зависимости T_0 по длине трубы, а λ и c_n – от температуры.

$t, \text{ с}$	28	30,5	33,1	35,6	38,2	40,7	42,2	45,8	48,3	50,9
$T, \text{ }^\circ\text{C}$	99	106	112	118	124	130	136	141	140	124
A_{p1}	0,022	0,035	0,055	0,099	0,164	0,266	0,412	0,596	0,766	0,816

В результате исследований и расчетов показано, что при небольшой толщине изоляции и вулканизации в среде воздуха и азота под давлением 1...2 Па удовлетворительные результаты для режимов работы ЛКНВ могут быть получены методом сосредоточенных теплоемкостей. При вулканизации в среде насыщенного пара и в среде азота под давлением и большой толщине изоляции необходимо применять численные методы расчета.

ЛИТЕРАТУРА

1. Основы кабельной техники. Под ред. И.Б. Пешкова. Учебник. – М.: Академия, 2006. – 432 с.
2. Ларина Э.Т., Рязанов И.Б., Холодный С.Д. Расчет технологических режимов и проектирование оборудования для производства кабелей и проводов. Учебное пособие. – М.: Изд-во МЭИ, 1994. – 60 с.
3. Григорьян А.Г., Дикерман Д.Н., Пешков И.Б. Производство кабелей и проводов с применением пластмасс и резин. – М.: Энергоатомиздат, 1992. – 300 с.
4. Холодный С.Д. Технологическая термообработка изоляции кабелей и проводов. – М.: Изд-во МЭИ, 1994. – 160 с.

Таблица

Время $t, \text{ с}$	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
Температура жилы $T_{ж}, \text{ }^\circ\text{C}$	99,6	105	110	115,2	120,1	125,	130	134,4	139,	143,5	148
Коэффициент скорости реакции $k, 10^{-3}$	4,2	6,2	11	17,4	27,4	42,7	65,8	100,6	152,3	228,7	390,4
Степень завершенности реакции сшивания $A_{p1}, 10^{-1}$	0,32	0,52	0,83	1,29	1,98	2,94	4,21	5,72	7,29	8,63	9,51